

# МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ

А.Ш.М. Альаззави, Д.К. Андрейченко

*Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, г. Саратов*

Ранее методами теории комбинированных динамических систем (КДС) были исследованы области устойчивости спутников с упруго деформируемыми элементами конструкции, и был реализован параметрический синтез по линеаризованной модели с учетом времени запаздывания в исполнительных органах систем стабилизации. В настоящей работе по результатам численного моделирования спутников с упруго деформируемыми элементами конструкции показано, что нелинейная КДС с запаздыванием в исполнительных органах системы управления может быть стабилизирована в результате параметрического синтеза по линеаризованной модели.

*Ключевые слова:* комбинированные динамические системы, спутники с упруго деформируемыми элементами конструкции, системы стабилизации.

## ВВЕДЕНИЕ

Комбинированные динамические (КДС) системы [1] представляют собой связанные посредством граничных условий и условий связи системы обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных при соответствующих начальных условиях и служат математическими моделями ряда технических систем. Примером служат математические модели стабилизируемых спутников с упруго деформируемыми элементами конструкции [2, 3]. При этом, если система управления содержит запаздывающие звенья, то в модельные уравнения включаются обыкновенные дифференциальные уравнения с запаздывающими аргументами. В работе [2] методами теории КДС выполнено подробное исследование влияния на области устойчивости спутников с деформируемыми элементами конструкции ряда параметров, в том числе времени запаздывания в исполнительных устройствах системы управления. В работе [3] предложен метод параметрического синтеза управляемых КДС, функционирующих в режиме стабилизации, и содержащих отрицательные интегральные обратные связи, и выполнен параметрический синтез по линеаризованной модели системы стабилизации спутников с упруго деформируемыми элементами конструкции с учетом времени запаздывания в газореактивных двигателях. Целью данной работы является исследование возможности стабилизации нелинейной управляемой КДС с запаздывающими звеньями на основе параметрического синтеза по линеаризованной модели. В качестве примера рассмотрена задача о моделировании нелинейной системы стабилизации спутника с упруго деформируемыми элементами конструкции.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ

Рассмотрим движение относительно орбитальной системы координат абсолютно жесткого спутника (рис. 1), который обладает массой  $m_c$  и моментом инерции  $J_c$ . Он движется при воздействии возмущающего момента  $L$  и управляющего момента  $M_c$ . В точке  $O$  на расстоянии  $a$  от центра масс спутника жестко закреплено начало прямолинейного однородного стержня длины  $l$  с площадью поперечного сечения  $S$  и моментом инерции  $J$  [2, 3]. Материал стержня характеризуется объемной плотностью  $\rho$  и коэффициентом внутреннего трения по Фойгту  $\gamma$ . На концах стержней в центрах масс  $O_1$  закреплены два тела с массой  $m_1$  и моментом инерции  $J_1$  каждый. Система координат  $Ox$  жестко связана со спутником. Угол  $\alpha$  связан с отклонением спутника от орбитальной системы координат, и в задачах о стабилизации спутника является т.н. ошибкой системы стабилизации. Газореактивная система стабилизации создает управляющий момент:

$$M_c = -f(w(t - \tau));$$

$$w(t) = p_1 \dot{\alpha}(t) + p_2 \alpha(t) + p_3 \int_0^t [\alpha(\eta) - \alpha_0(\eta)] d\eta; \quad (1)$$

где  $\alpha_0$  – т.н. «желаемый» угол поворота спутника (космического аппарата наблюдения – КАН),  $\tau$  – постоянная времени запаздывания газореактивной системы;  $p = (p_1, p_2, p_3)^T$  – набор параметров обратных связей,  $f(w)$  – некоторая нелинейная действительная достаточно гладкая функция своего аргумента, моделирующая нелинейность типа насыщения [4].

Безразмерные уравнения возмущенного движения системы стабилизации спутника выглядят следующим образом:

$$J_c \ddot{\alpha} = 2M(0, t) - 2aM'(0, t); \quad (2)$$

$$J_1(\ddot{\alpha}_1 + \ddot{\alpha}) = -M(1, t); \quad (3)$$

$$m_1[\ddot{y}_1 + \ddot{\alpha}(1 + a + \mu x_1) - \mu^2 \dot{\alpha}^2 y_1 + 2\mu \dot{\alpha} \dot{x}_1] = -Q_1(1, t) \sin(\mu \alpha_1) + M'(1, t) \cos(\mu \alpha_1); \quad (4)$$

$$w(t) = p_1 \dot{\alpha}(t) + p_2 \alpha(t) + p_3 \int_0^t [\alpha(\eta) - \alpha_0(\eta)] d\eta; \quad (6)$$

$$u_x(x, t) = \frac{1}{\mu} \int_0^x [V(\eta, t) - 1] d\eta, \quad V(x, t) = \left(1 - \mu^2 u_y'^2(x, t)\right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

$$\dot{u}(x, t) = -\mu \int_0^x V(\eta, t) u_y'(\eta, t) \dot{u}_y'(\eta, t) d\eta; \quad (8)$$

$$\kappa = V u_y''; \quad (9)$$

$$M = \kappa + \gamma \dot{u}''; \quad (10)$$

$$\ddot{u}_y + \ddot{\alpha}(\xi + a + \mu u_x) - \mu \alpha^2 u_y + 2\mu \dot{\alpha} \dot{u}_x = V(\kappa Q_1 - M'') + \mu u_y' (Q_1' + \mu \kappa M'); \quad (11)$$

$$u_y(0, t) = 0; \quad (12)$$

$$u_y'(0, t) = 0; \quad (13)$$

$$u_y(1, t) = y_1(t); \quad (14)$$

$$u_y'(1, t) = \frac{1}{\mu} \sin(\mu \alpha_1(t)); \quad (15)$$

$$u_x(1, t) = x_1(t); \quad (16)$$

$$\dot{u}_x(1, t) = \dot{x}_1(t); \quad (17)$$

$$Q_1'' - \mu^2 \kappa^2 Q_1 = -\mu \left\{ \kappa' M' + 2\kappa M'' + \left[ \dot{\alpha} + (1 - \mu^2 u_y'^2)^{-1/2} \dot{u}_y' \right]^2 \right\}; \quad (18)$$

$$Q_1'(0, t) + \mu \kappa(0, t) M'(0, t) = -\mu \alpha \dot{\alpha}^2; \quad (19)$$

$$Q_1'(1, t) + \mu \kappa(1, t) M'(1, t) + \frac{1}{m_1} Q_1(1, t) = 0; \quad (20)$$

$$\text{При } -\tau \leq t \leq 0 \quad \alpha(t) = \dot{\alpha}(t) = 0;$$

$$y_1(0) = \dot{y}_1(0) = \alpha_1(0) = \dot{\alpha}_1(0) = u_y(x, 0) =$$

$$\dot{u}_y(x, 0) = 0; \quad (21)$$

В данном случае комбинированная динамическая модель газореактивной системы стабилизации представляется уравнениями (2)-(21), входная вектор-функция содержит две компоненты, а выходная вектор-функция содержит одну компоненту:

$$\mathbf{x}(t) = (L^{(e)}(t), \alpha_0(t))^T; \\ \mathbf{y}(t) = \{\alpha(t)\};$$

Если в уравнении (6) положить  $\alpha_0 \equiv 0$ , то уравнения (2)-(21) будут представлять собой математические модели задач стабилизации спутников с двумя симметрично расположенными упругими стержнями, а безразмерная входная вектор-функция  $\mathbf{x}(t)$  будет содержать одну компоненту и примет следующий вид [3]:

$$\mathbf{x}(t) = \{L^{(e)}(t)\}$$

### АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

При дискретизации начально-краевых задач математической физики на основе проекционного метода Галеркина и их приближенном сведении к системам обыкновенных дифференциальных уравнений удачный выбор базисных функций имеет определяющее влияние на эффективность

дальнейшего численного моделирования. В качестве базисных функций обычно используются либо собственные функции некоторого «родственного» линейного оператора, либо ортогональные полиномы (например, ортогональные полиномы Чебышева 1-ого рода, что обусловлено достаточно быстрой сходимостью рядов Фурье - Чебышева).

Пусть  $T_n(x) = \cos(n \arccos x)$ ,  $n = 1, 2, \dots$  - ортогональные полиномы Чебышева 1-ого рода. Далее потребуются некоторые обозначения для операций, выполняемых над коэффициентами «усеченных» рядов Фурье по ортогональным полиномам Чебышева 1-ого рода [4].

Пусть далее функции  $f: R \rightarrow R$  и  $g: R \rightarrow R$ , достаточно гладкие на отрезке  $[-1; 1]$  аппроксимируются на данном отрезке при помощи «усеченных» рядов Фурье по ортогональным полиномам Чебышева 1-ого рода:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{N_f} f_n T_n(x), \quad f_n \equiv 0 \text{ при } n > N_f; \quad (f)_n = f_n \quad (22)$$

$$g(x) = \sum_{n=0}^{N_g} g_n T_n(x), \quad g_n \equiv 0 \text{ при } n > N_g; \quad (g)_n = g_n$$

Коэффициенты в правой части (22) эффективно вычисляются интерполированием по ортогональным полиномам Чебышева.

Линейная комбинация рядов Фурье-Чебышева снова представляет собой ряд Фурье-Чебышева [4]:

$$Cf(x) \approx \sum_{n=0}^{N_f} C f_n T_n(x), \quad (Cf)_n = C f_n$$

$$f(x) + g(x) \approx \sum_{n=0}^{\max(N_f, N_g)} (f_n + g_n) T_n(x),$$

$$(f + g)_n = f_n + g_n \quad (23)$$

Поскольку произведение ортогональных полиномов Чебышева 1-ого рода представляет линейную комбинацию ортогональных полиномов Чебышева 1-ого рода, перемножение рядов Фурье - Чебышева будет снова приводить к рядам Фурье - Чебышева, и можно обозначить:

$$f(x)g(x) \approx \sum_{n=0}^{\max(N_f, N_g)} (fg)_n T_n(x); \quad (24)$$

Здесь величины  $(fg)_n$  достаточно легко вычисляются по Фурье-коэффициентам  $f_n$  и  $g_n$ .

Далее, поскольку дифференцирование и интегрирование ортогональных полиномов Чебышева 1-ого рода приводит к линейным комбинациям ортогональных полиномов Чебышева 1-ого рода, дифференцирование и интегрирование рядов Фурье-Чебышева будет снова приводить к рядам Фурье-Чебышева, и можно обозначить:

$$f'(x) = \sum_{n=0}^{N_f-1} [f']_n^* T_n(x), \quad \int f(x) dx \approx \sum_{n=0}^{N_f+1} [f^{(-1)}]_n^* T_n(x), \quad (25)$$

Причем

$$\int_{x_0}^x f(x) dx \approx \sum_{n=1}^{N_f+1} [f^{(-1)}]_n^* T_n(x) - \sum_{n=1}^{N_f+1} [f^{(-1)}]_n^* T_n(x_0) \quad (26)$$

Здесь наборы величин  $[f']_n^*$  и  $[f^{(-1)}]_n^*$  легко вычисляются соответствующим линейным преобразованием набора Фурье-коэффициентов  $f_n$ .

Если теперь положить, что функции  $f: R \rightarrow R$  и  $g: R \rightarrow R$ , достаточно гладкая на отрезке  $[-\frac{1+C_2}{C_1}; \frac{1-C_2}{C_1}]$ ,  $C_1, C_2 = \text{Const}$  аппроксимируются на данном отрезке при помощи «усеченных» рядов Фурье по ортогональным полиномам Чебышева 1-ого рода [4]:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{N_f} f_n T_n(C_1 x + C_2), f_n \equiv 0 \text{ при } n > N_f; (f)_n = f_n; \\ g(x) = \sum_{n=0}^{N_g} g_n T_n(C_1 x + C_2); g_n \equiv 0 \text{ при } n > N_g; (g)_n = g_n \quad (27)$$

Операции (23) и (24) не изменяют своего вида, а операции (25) и (26) преобразуются следующим образом:

$$f'(x) = \sum_{n=0}^{N_f-1} [f']_n T_n(C_1 x + C_2); [f']_n = C_1 [f']_n^*; \\ \int f(x) dx \approx \sum_{n=1}^{N_f+1} [f^{(-1)}]_n T_n(C_1 x + C_2); [f^{(-1)}]_n = 1/C_1 [f^{(-1)}]_n^* \quad (28)$$

$$\int_{x_0}^x f(x) dx \approx \sum_{n=1}^{N_f+1} [f^{(-1)}]_n T_n(C_1 x + C_2) - \sum_{n=1}^{N_f+1} [f^{(-1)}]_n T_n(C_1 x_0 + C_2)$$

Обозначим

$$A_{nm}^{(k)} = \int_{-1}^1 T_n(x) T_m^{(k)}(x) dx; T_m^{(k)} = \frac{dT_m(x)}{dx} \quad (29)$$

При дискретизации начально-краевых задач на основе проекционного метода Галеркина полагаем, что справедливы следующие аппроксимации для поперечного смещения  $u_y = u_y(x, t)$  и продольного усилия  $Q_1 = Q_1(x, t)$ :

$$u_y(x, t) = \sum_{n=0}^{N+4} u_{y_n}(t) T_n(2x - 1) \quad (30)$$

$$Q_1(x, t) = \sum_{n=0}^{N+2} Q_{1n}(t) T_n(2x - 1) \quad (31)$$

Подстановка (30) в граничные условия (12)-(15) и (31) в граничные условия (19, 20) приводит к результату

$$\sum_{n=0}^{N+4} (-1)^n u_{y_n} = 0; \sum_{n=0}^{N+4} (-1)^{n+1} n^2 u_{y_n} = 0; \\ \sum_{n=0}^{N+4} u_{y_n} = y_1; \sum_{n=0}^{N+4} n^2 u_{y_n} = \frac{1}{2\mu} \sin(\mu\alpha_1) \quad (32) \\ \sum_{n=0}^{N+2} (-1)^{n+1} n^2 Q_{1n} = -\frac{\mu}{2} [a\dot{\alpha}^2 + x(0, t)M'(0, t)];$$

$$\sum_{n=0}^{N+2} \left(2n^2 + \frac{1}{m_1}\right)^{n+1} Q_{1n} = -\mu x(0, t)M'(0, t); \quad (33)$$

Для того, чтобы на основе проекционного метода Галеркина, приближенно выполнить решение линейного обыкновенного дифференциального уравнения (18), необходимо потребовать выполнения следующих условий:

$$\int_0^1 [Q'_{1n} - \mu^2 \kappa^2 Q_{1n}] T_n(2x - 1) dx \\ = -\mu \int_0^1 [\kappa' M' + 2\kappa M'' + (\dot{\alpha} + V\dot{u}'_y)^2] T_n(2x - 1) dx, \\ n = 0, 1, 2, \dots, N \quad (34)$$

Чтобы найти приближенное решение уравнения (11) поперечных колебаний на основе проекционного метода Галеркина, потребуем:

$$\int_0^1 \ddot{u}_y T_n(2x - 1) dx = \int_0^1 [-\ddot{y}_c \cos(\mu\alpha) + \ddot{x}_c \sin(\mu\alpha) - \\ - \ddot{\alpha}(x + a + \mu u_x) + \mu^2 \dot{\alpha}^2 u_y - 2\mu \dot{\alpha} u_x + V[\mu x Q_1 - M''] \\ + \mu u'_y [Q'_1 + \mu x M']] T_n(2x - 1) dx, n = 0, 1, 2, \dots, N(35)$$

Пусть

$$Y = [v, \int_0^t \alpha(\eta) d\eta, \alpha, \alpha_1, y_1, \dot{\alpha}, \dot{\alpha}_1, \\ u_{y_0}, u_{y_1}, \dots, u_{y_N}, u_{y_0}^{\dot{}}, u_{y_1}^{\dot{}}, \dots, u_{y_N}^{\dot{}}]^T \quad (36) \\ \dot{Y} = [\alpha, \dot{\alpha}, \dot{\alpha}_1, \dot{y}_1, \ddot{\alpha}, \ddot{\alpha}_1, u_{y_0}^{\ddot{}}, u_{y_1}^{\ddot{}}, \\ \dots, u_{y_N}^{\ddot{}}, u_{y_0}^{\ddot{}}, u_{y_1}^{\ddot{}}, \dots, u_{y_N}^{\ddot{}}]^T; \quad (37)$$

Аналогично [5], уравнения (2)-(10), (16), (17), (32)-(35) представляют собой записанную в неявной форме систему обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, которая, после ее приведения к нормальной форме Коши

$$\dot{Y} = F(t, Y(t), Y(t - \tau)) \quad (38)$$

интегрируется численно.

Приведение к нормальной форме (38) выполняется следующим образом. Полагаем, что известны значения набора (36) в моменты времени  $t$  и  $t - \tau$ . Из (32) находим  $u_{y_{N+1}}, u_{y_{N+2}}, u_{y_{N+3}}, u_{y_{N+4}}$ . Дифференциальное следствие (32) имеет вид

$$\sum_{n=0}^{N+4} (-1)^n u_{y_n} = 0; \sum_{n=0}^{N+4} (-1)^{n+1} n^2 u_{y_n} = 0 \\ \sum_{n=0}^{N+4} u_{y_n} = \dot{y}_1; \sum_{n=0}^{N+4} n^2 u_{y_n} = \frac{\dot{\alpha}_1}{2} \cos(\mu\alpha_1) \quad (39)$$

Линейные уравнения (39) позволяют выразить Фурье – коэффициенты  $u_{y_{N+1}}, u_{y_{N+2}}, u_{y_{N+3}}, u_{y_{N+4}}$  через Фурье – коэффициенты  $u_{y_n}^{\dot{}}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, N$ . Далее из (7) интерполированием по ортогональным полиномам Чебышева и дальнейшим интегрированием находим

$$u_x(x, t) = \sum_{n=0}^{N+4} u_{x_n}(t) T_n(2x - 1)$$

Из (8) следует

$$\dot{u}_x(x, t) \approx \sum_{n=0}^{N+4} \dot{u}_{x_n}(t) T_n(2x - 1),$$

$$\dot{u}_{x_n} = -\mu [Vu'_y \dot{u}'_y]_n, n = 0, 1, 2, \dots, N, +4;$$

Далее вычисляем  $x_1$  и  $\dot{x}_1$

$$x_1 = u_x(1, t) = \sum_{n=0}^{N+4} u_{x_n}; \quad \dot{x}_1 = \dot{u}_x(1, t) = \sum_{n=0}^{N+4} \dot{u}_{x_n}$$

Из (9) и (10) следует

$$\begin{aligned} \kappa(x, t) &\approx \sum_{n=0}^{N+2} \kappa_n(t) T_n(2x - 1), \\ \kappa_n &= [Vu''_y]_n, n = 0, 1, 2, \dots, N, +2; \\ M(x, t) &\approx \sum_{n=0}^{N+2} M_n(t) T_n(2x - 1), \\ M_n &= \kappa_n + \gamma[\dot{u}''_y]_n; \end{aligned}$$

Уравнение (34) принимает вид

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{N+2} Q_{1n} \int_0^1 [2T''_k(2x - 1) - \mu^2 \kappa^2 T_k(2x - 1)] T_n(2x - 1) dx = -\mu \int_0^1 [x'M' + 2xM''] \\ + (\dot{\alpha} + V\dot{u}'_y)^2 T_n(2x - 1) dx, n = 0, 1, 2, \dots, N \quad (40) \end{aligned}$$

Решая систему линейных алгебраических уравнений (33) и (40), находим  $Q_{1n}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, N + 2$ .

Используя (2)-(4), вычисляем  $\ddot{\alpha}$ ,  $\ddot{\alpha}_1$ ,  $\ddot{y}_1$ .

Из (39) следует

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{N+4} (-1)^n \ddot{u}_{y_n} = 0; \quad \sum_{n=0}^{N+4} (-1)^{n+1} n^2 \ddot{u}_{y_n} = 0 \\ \sum_{n=0}^{N+4} \ddot{u}_{y_n} = \ddot{y}_1; \\ \sum_{n=0}^{N+4} n^2 \ddot{u}_{y_n} = \frac{\ddot{\alpha}_1}{2} \cos(\mu\alpha_1) - \frac{\mu\alpha_1^2}{2} \sin(\mu\alpha_1) \quad (41) \end{aligned}$$

Условие (35) принимает вид

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{N+4} A_{nk}^{(0)} \ddot{u}_{y_k} \\ = A_{n0}^{(0)} (-\ddot{y}_c \cos(\mu\alpha) + \ddot{x}_c \sin(\mu\alpha)) \\ - \ddot{\alpha} \left[ \left( \frac{1}{2} + a \right) A_{n0}^{(0)} + \frac{1}{2} A_{n1}^{(0)} \right] \\ + \sum_{k=0}^{N+4} A_{nk}^{(0)} [-\mu \ddot{\alpha} u_{x_k} \\ + \mu^2 \ddot{\alpha}^2 u_{y_k} - 2\mu \ddot{\alpha} \dot{u}_{x_k} + \mu(V\kappa Q_1)_k - (VM'')_k + \mu(u'_y Q'_1)_k \\ + \mu^2 (u'_y x M')_k], n = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (42) \end{aligned}$$

Решая систему линейных алгебраических уравнений (41), (42), находим величины  $\ddot{u}_{y_n}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, N + 4$ .

На рисунке 1 проиллюстрирована линейная задача о программном развороте. Сравним ее результаты с результатами, полученными при решении нелинейной задачи.

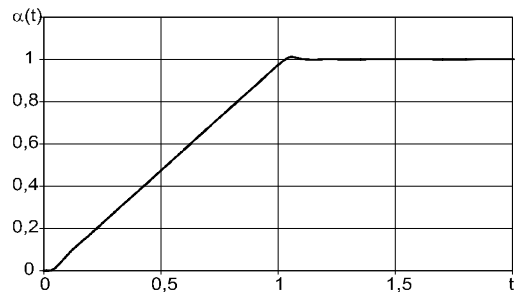


Рис. 1. Выходная функция линейной задачи о программном развороте

Также на рисунках 2-5 продемонстрированы результаты с изменением значения коэффициента нелинейности:  $\mu = 0.18$ ,  $\mu = 0.16$ ,  $\mu = 0.1$ ,  $\mu = 0.05$ , соответственно, для выявления наиболее лучших результатов. Число степеней свободы равно 5.

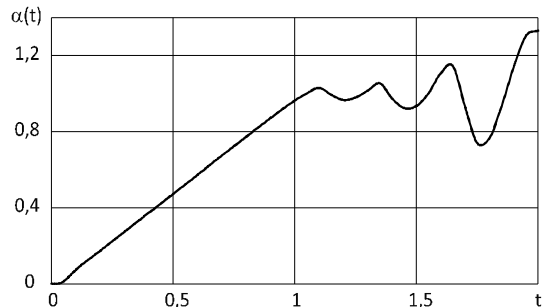


Рис. 2. Выходная функция нелинейной задачи о программном развороте с параметром  $\mu = 0.18$

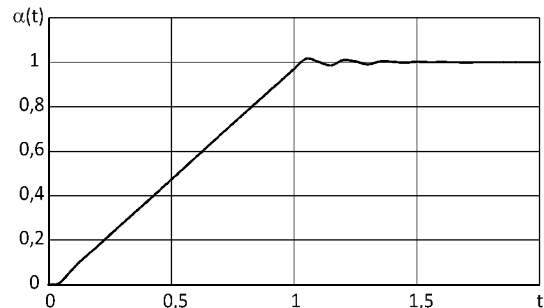


Рис. 3. Выходная функция нелинейной задачи о программном развороте с параметром  $\mu = 0.16$

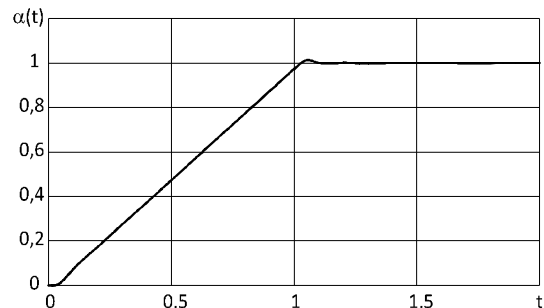


Рис. 4. Выходная функция нелинейной задачи о программном развороте с параметром  $\mu = 0.1$

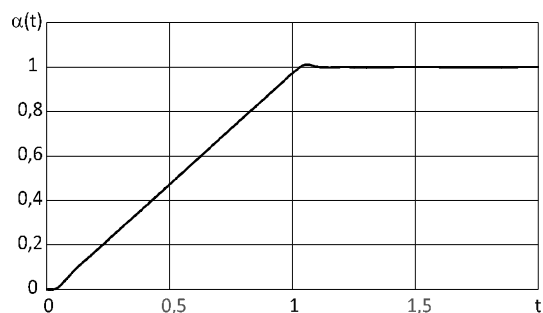


Рис. 5. Выходная функция нелинейной задачи о программном развороте с параметром  $\mu = 0.05$

Из графиков видно, что при параметре нелинейности  $\mu = 0.05$  выходная функция нелинейной системы практически совпадает с выходной функцией линейной задачи, а при увеличении значений данного параметра результаты начинают ухудшаться (появляются колебания).

Аналогичным образом рассмотрим результаты линейной и нелинейной задачи о стабилизации космического аппарата наблюдения. Выходные функции нелинейной задачи представлены на рисунках 7-11, а линейной – на рисунке 6.

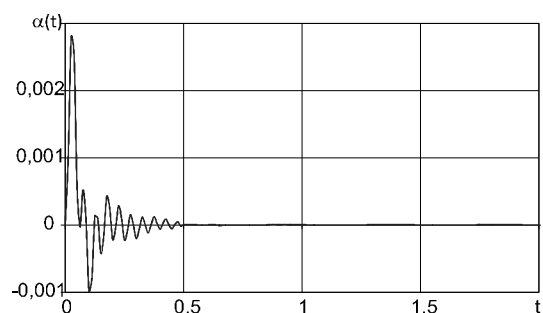


Рис. 6. Выходная функция линейной системы стабилизации

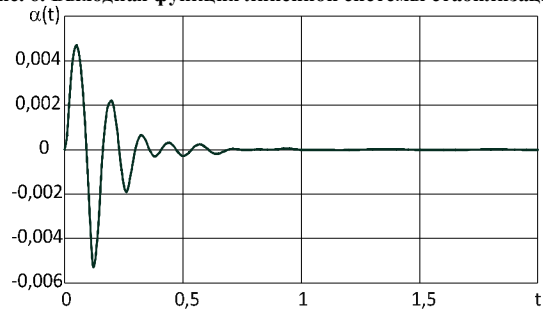


Рис. 7. Выходная функция нелинейной системы стабилизации с параметром  $\mu = 0.7$

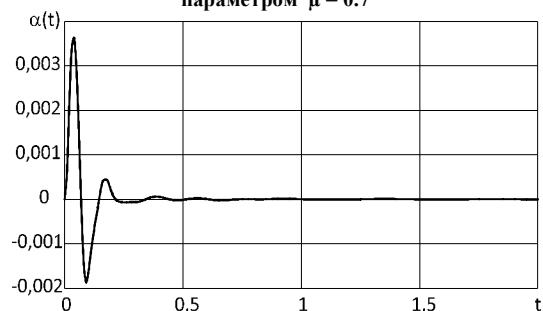


Рис. 8. Выходная функция нелинейной системы стабилизации с параметром  $\mu = 0.5$

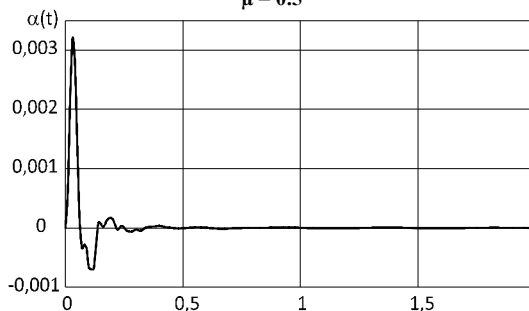


Рис. 9. Выходная функция нелинейной системы стабилизации с параметром  $\mu = 0.3$

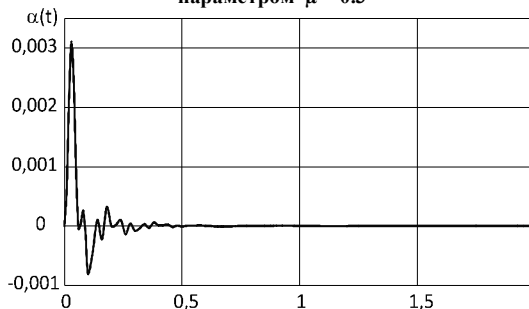


Рис. 10. Выходная функция нелинейной системы стабилизации с параметром  $\mu = 0.2$

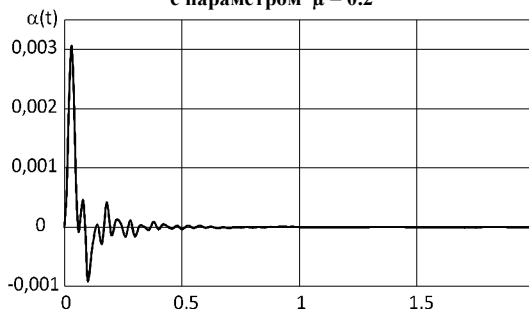


Рис. 11. Выходная функция нелинейной системы стабилизации с параметром  $\mu = 0.1$

По результатам графиков можно сделать вывод, что при коэффициенте нелинейности  $\mu = 0.1$  нелинейная задача имеет аналогичный результат с линейной. При увеличении значения данного коэффициента видно, что амплитуда возмущений начинается увеличиваться.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам численного моделирования нелинейной системы стабилизации спутников с упруго деформируемыми элементами конструкции показано, что параметрический синтез по линеаризованной модели позволяет стабилизировать исходную нелинейную КДС, в том числе и с запаздывающими звеньями в системе управления.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Андрейченко, Д.К. К теории комбинированных динамических систем [Текст] / Д.К. Андрейченко, К.П.

Андрейченко // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2000. – № 3. – С. 54–69.

2. Андрейченко, Д.К. К теории стабилизации спутников с упругими стержнями [Текст] / Д.К. Андрейченко, К.П. Андрейченко // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2004. – № 6. – С. 150–163.

3. Андрейченко, Д.К. Выбор параметров систем и динамический анализ газореактивных систем стабилизации с упругими стержнями [Текст] / Д.К. Андрейченко, К.П. Андрейченко, М.С. Комарова // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2012. – № 4. – С. 101–114.

4. Комарова, М.С. Моделирование, анализ и синтез управляемых комбинированных динамических систем [Текст]: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.18 : защищена 27.12.2012 : утв. 30.09.2013 / Комарова Мария Сергеевна. – Саратов, 2012. – 167 с. – Библиогр.: с. 159-166.

5. Андрейченко Д.К., Андрейченко К.П., Мельничук Д.В., Портенко М.С. Адаптивный алгоритм параметрического синтеза комбинированных динамических систем // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2016. Т. 16, вып. 4. С. 465-475. DOI: 10.18500/1816-9791-2016-16-4-465-475.

*Аль-Аззави Али Ш Махмуд – аспирант факультета КНиИТ, ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский*

*государственный университет имени Н.Г. Чернышевского», тел. (8452)213630, e-mail: alishaker.2006@gmail.com*

*Андрейченко Дмитрий Константинович – заведующий кафедрой математического обеспечения вычислительных комплексов и информационных систем, ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского», тел. (8452)213630, e-mail: andreichenkodk@gmail.com*

## MODELING OF NONLINEAR STABILIZATION SYSTEM

**Al-Azzawi A.Sh.M D.K. Andreichenko**

*Saratov State University, Saratov*

Abstract – Previously, the stability regions of satellites with elastically deformable structural elements were investigated by the methods of the theory of hybrid dynamical systems (HDS), and parametric synthesis was realized by the linearized model taking into account the time lag in the stabilization system. In this paper, based on the results of numerical modeling of satellites with elastic-deformable structural elements, it is shown that the nonlinear HDS with a delay in the control system can be stabilized as a result of parametric synthesis by a linearized model.

Index terms: hybrid dynamic systems, satellites with elastic-deformable structural elements, stabilization systems

### REFERENCES

1. Andreichenko, D.K. On the theory of hybrid dynamical systems [Text]/ D.K. Andreichenko, K.P. Andreichenko // Journal of Computer and Systems Sciences International. – 2000. – Vol. 39. – No 3. – p. 383-398.
2. Andreichenko, D.K. On the theory of stabilization of satellites having elastic rods [Text]// Journal of Computer and Systems Sciences International. – 2004. – Vol. 43. – No 6. – p. 973-986.
3. Andreichenko, D.K. Parameter Selection and Dynamic Analysis of Gas Jet Stabilization Systems with Elastic Rods [Text]/ D.K. Andreichenko, K.P. Andreichenko, M.S. Komarova// Journal of Computer and Systems Sciences International. – 2012. – Vol. 51. – No 4. – p.573-586.
4. Komarova, M.S. Modelirovanie, analiz i sintez upravlyaemykh kombinirovannykh dinamicheskikh system [Modeling, analysis and synthesis of controlled hybrid dynamic systems]. Ph.D. dissertation, Saratov State Technical University, Saratov, 2012. (in Russian).
5. Andreichenko, D.K. Adaptive Algorithm of Parametric Synthesis of Hybrid Dynamical Systems [Text]/ D.K. Andreichenko, K.P. Andreichenko, D.V. Melnichuk, M.S. Portenko// Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Math. Mech. Inform. – 2016. – Vol. 16. – Iss. 4. – p. 465–475 (in Russian). DOI: 10.18500/1816-9791-2016-16-4-465-475.

*Al-Azzawi Ali Sh Mahmoud – aspirant at the Department of Mathematical Support of Computer and Information Systems, Saratov State University, Saratov, (8452)213630, e-mail: alishaker.2006@gmail.com.*

*Andreichenko Dmitry Konstantinovich – professor at the Department of Mathematical Support of Computer and Information Systems, Saratov State University, Saratov, (8452)213630, e-mail: andreichenkodk@gmail.com.*