

# АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОГРАММНЫМ ДВИЖЕНИЕМ МНОГОМЕРНОГО ДИНАМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА

Р.Ч. Осмонова, Г.А. Кожекова, Т.Т. Оморов

Национальная академия наук, г.Бишкек, Кыргызская Республика

Рассматривается многомерный линейный объект управления, описываемый векторным дифференциальным уравнением. Формулируется задача программного управления с линейной обратной связью при наличии измеряемых и контролируемых внешних возмущающих воздействий. Для оценки качества процессов управления вводятся штрафные (оценочные) функции, определяемые компонентами вектора ошибки управления. На основе оценочных функций получены критериальные условия, выполнение которых гарантированным образом обеспечивает достижение цели управления программным движением объекта. Полученные критериальные условия использованы для формирования системы алгебраических уравнений относительно искомого вектора программного управления. Рассмотрены варианты решения полученных уравнений.

*Ключевые слова:* объект управления, программное движение, возмущающие воздействия.

## ВВЕДЕНИЕ

Автоматическое управление многомерными техническими системами и технологическими процессами (химико-биологическими, робототехническими, движущимися объектами, промышленными электроприводами и др.) связано с необходимостью реализации заданных программных движений. Для проектирования систем автоматического управления (САУ) программным движением в рамках теории управления разработан ряд методов. Наиболее известными из них являются методы: оптимального [1, 2] и адаптивного управления [3]; построения систем с переменной структурой [4]; обратной задачи динамики [5-7]; модального управления [8]; аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) [9, 10]; теории  $H^\infty$  [11]; спектрального представления характеристик и переменных системы [12]. Другие возможные подходы описаны в [13]. Несмотря на то, что к настоящему времени в рамках современной теории автоматического управления предложено множество методов синтеза управляющих подсистем (регуляторов) проблема разработки конструктивных инженерных методов построения САУ программным движением остается актуальной задачей. В статье предлагается методика синтеза закона управления программным движением линейного многомерного объекта на основе нового критерия качества процессов управления [14].

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается объект управления, математическая модель которого задана в пространстве состояний

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \xi(t), \quad (1)$$

$$x(t_0) = x^0, \quad t \in [t_0, t_k],$$

где  $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$  –  $n$ -мерный вектор состояния объекта;  $u(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)]^T$  –  $m$ -мерный вектор управляющих воздействий;  $\xi(t) = [\xi_1(t), \xi_2(t), \dots, \xi_n(t)]^T$  –  $n$ -мерный вектор измеряемых внешних возмущающих воздействий;  $t$  – непрерывное время;  $x^0$  – начальное состояние объекта;  $t_0, t_k$  – начальный и конечный моменты управления;  $T$  – знак транспонирования;  $A, B$  – известные матрицы соответствующих размерностей:

$$A = \{a_{ij}\}_{n \times n}, \quad B = \{b_{ij}\}_{n \times m}.$$

Программное движение управляемого объекта, которое необходимо поддерживать, задается вектором  $x^*(t) = [x_1^*(t), x_2^*(t), \dots, x_n^*(t)]^T$ , динамика которого задается векторным уравнением

$$\dot{x}^*(t) = A^*x^*(t) + Dg(t), \quad (2)$$

где  $g(t) = [g_1(t), g_2(t), \dots, g_n(t)]^T$  – вектор задающих воздействий;  $A^*, D$  – заданные вещественные матрицы:

$$A^* = \{a_{ij}^*\}_{n \times n}, \quad D = \{d_{iv}\}_{n \times m}$$

В процессе управления объектом (1) возникают ошибки управления  $e_i(t), i = \overline{1, n}$ , составляющие вектор невязки

$$e(t) = x(t) - x^*(t).$$

Задача состоит в определении вектора (закона) управления  $u(t)$ , обеспечивающего требуемую близость программного  $x^*(t)$  и фактического  $x(t)$  движений объекта, т.е. стремление к нулю ошибок управления:

$$e_i(t) \rightarrow 0, \quad i = \overline{1, n}.$$

**МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ**

Решение сформулированной задачи включает следующие этапы:

- 1) формулировка критерия качества управления;
- 2) синтез закона управления  $u(t)$ .

**Формулировка критерия качества управления.**

Предположим, что задана некоторая оценочная вектор-функция  $I(t) = [I_1(t), I_2(t), \dots, I_n(t)]$ , компоненты которой представляют собой оценочные (штрафные) функции, определяющие степень близости между соответствующими компонентами векторов  $x^*(t)$  и  $x(t)$ . Теперь введем набор следующих функций [14]:

$$J_i(t) = \int_{\tau_0}^t I_i(\tau) \dot{I}_i(\tau) d\tau, \quad i = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Критериальные условия, обеспечивающие заданные динамические свойства проектируемой САУ, определяются на основе следующей теоремы [14-16].

**Теорема.** Пусть  $I_i(t_0) \neq 0$  и для каждого  $\tau_0$  и  $t > \tau_0$  при малом значении  $\Delta t = t - \tau_0$  выполняются условия:

$$\int_{\tau_0}^t I_i(\tau) \dot{I}_i(\tau) d\tau < 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Тогда модули оценочных функций  $|I_i(t)|$  с течением времени убывают и

$$\lim_{t \rightarrow \infty} I_i(t) = 0.$$

Соотношения (4) можно рассматривать как критериальные условия, выполнение которых обеспечивает гарантированное уменьшение значений штрафных функций  $I_i(t)$  в процессе управления. Так как выполнение соотношений (4) обеспечивает достижение цели управления программным движением объекта, то в качестве штрафных функций  $I_i(t)$  можно использовать следующие функции:

$$I_i(t) = e_i(t), \quad i = \overline{1, n}.$$

**Синтез закона управления.** С учетом (4) критериальные функции, определяемые формулой (3), имеют вид

$$J_i(t) = \int_{\tau_0}^t e_i(\tau) \dot{e}_i(\tau) d\tau, \quad i = \overline{1, n}. \quad (5)$$

Прежде чем перейти к синтезу закона управления вначале векторные уравнения (1) и (2) представим в координатной форме:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + \sum_{v=1}^n b_{iv} u_v + \xi_i, \\ \dot{x}_i^* &= \sum_{j=1}^n a_{ij}^* x_j^* + \sum_{j=1}^n d_{ij} g_j, \quad i = \overline{1, n} \end{aligned} \quad (6)$$

Поскольку  $\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}^*(t)$  уравнения ошибок управления с учетом (6) имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= \sum_{j=1}^n (a_{ij} x_j - a_{ij}^* x_j^* - d_{ij} g_j) + \\ &+ \xi_i + \sum_{v=1}^n b_{iv} u_v, \quad i = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (7)$$

Теперь потребуем, чтобы динамика ошибок подчинялась следующим условиям:

$$\dot{e}_i = \alpha_i e_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (8)$$

где  $\alpha_i$  – неизвестные вещественные параметры, которые должны определяться так, чтобы выполнялись критериальные условия (4).

С учетом (8) функции (5) принимают вид

$$J_i = \alpha_i \int_{\tau_0}^t e_i^2(\tau) d(\tau), \quad i = \overline{1, n}.$$

Отсюда видно, что условия (4) выполняются, если параметры  $\alpha_i$  выбрать отрицательными, т.е.

$$\alpha_i < 0, \quad i = \overline{1, n}.$$

Теперь соотношения (8) с учетом (7) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n (a_{ij} x_j - a_{ij}^* x_j^* - d_{ij} g_j) + \\ + \xi_i + \sum_{v=1}^n b_{iv} u_v = \alpha_i e_i, \quad i = \overline{1, n}. \end{aligned}$$

Отсюда для определения искомого закона управления  $u(t)$  получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \sum_{v=1}^n b_{iv} u_v = \alpha_i e_i - \\ - \sum_{j=1}^n (a_{ij} x_j - a_{ij}^* x_j^* - d_{ij} g_j) + \xi_i, \quad i = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (9)$$

Введем обозначения:

$$b_i = \alpha_i e_i - \sum_{j=1}^n (a_{ij} x_j - a_{ij}^* x_j^* - d_{ij} g_j) + \xi_i.$$

Теперь систему уравнений (9) можно записать в следующей векторно-матричной форме:

$$B u(t) = b(t), \quad (10)$$

где  $b(t) = [b_1(t), b_2(t), \dots, b_n(t)]^T$ .

В случае, когда  $n = m$ , а матрица  $B$  имеет обратную матрицу  $B^{-1}$  решение уравнения (10) можно записать в виде

$$u(t) = B^{-1} b(t).$$

Если  $n \neq m$ , то можно определить квазирешение  $u_0(t)$  на основе обобщенного обращения  $B^+$  матрицы  $B$  [17]:

$$u_0(t) = B^+ b(t),$$

где  $B^+ = (B^T B)^{-1} B^T$ .

**Замечание.** На практике для технической реализации синтезированного закона управления  $u(t)$  необходимо учитывать ограничения на величины управляющих воздействий, вытекающие из технических и технологических требований к проектируемой САУ. Учет таких ограничений в ряде известных методов синтеза управляющих подсистем (регуляторов) осуществляется на основе введения интегральных оценок (показателей) [2, 9, 10, 18], в частности, с помощью некоторой нормы управления  $\|u(t)\|$ . В то же время в практических задачах автоматизации и управления необходимо обеспечивать естественные ограничения модульного типа:

$$|u_v(t)| \leq u_v^*, \quad v = \overline{1, m}, \quad (11)$$

где  $u_v^*$  - максимально допустимые значения управляющих воздействий  $u_v(t)$ . Однако, учет ограничений в виде интегральных показателей (или нормы  $\|u(t)\|$ ) с весовыми коэффициентами в методах АКОР [9,10] не гарантирует выполнения исходных технических условий (11). Здесь отметим, что в алгоритмах ряда известных методов, в частности, модального управления [8, 19], обратной задачи динамики [5–7, 20] и спектральных методов [12], практически не учитываются ограничения на управление  $u(t)$ . Поэтому, при решении конкретных практических задач автоматического управления на основе указанных выше методов, для того, чтобы обеспечить технические требования типа (11), требуется ряд повторений процедур синтеза законов управления, так как полученный закон управления может и не гарантировать выполнения первичных ограничений вида (11). В таком случае варьируются исходные данные задачи, например, весовые коэффициенты интегральных показателей (критериев) качества управления, с последующим решением задачи синтеза САУ. При этом проверка выполнения условий (11) осуществляется на основе моделирования замкнутой САУ, включающей объект управления и регулятор с синтезированным законом управления  $u(t)$ . В рассматриваемом случае в целях учета ограничений на управление можно использовать аналогичную процедуру синтеза регулятора при различных значениях параметров  $\alpha_i, i = \overline{1, n}$ , входящих в выражения (8).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена методика синтеза закона управления программным движением линейного многомерного объекта при наличии измеряемых внешних возмущающих воздействий. Качество процессов управления оценивается с помощью штрафных

функций, которые определяются компонентами вектора ошибки управления. Определены критериальные условия, выполнение которых гарантированным образом обеспечивает достижение цели управления программным движением. Использование полученных критериальных условий дало возможность формировать алгебраические уравнения, решение которых составляет искомый закон программного управления многомерным объектом.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Понтрягин, Л.С. Математическая теория оптимальных процессов. [Текст] / Л.С.Понтрягин, В.Г.Болтянский, Р.В.Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. –М.: Наука, 1976.– 392 с.
2. Квакернак, Х. Линейные оптимальные системы управления [Текст] / Х. Квакернак, Р.Сиван. – М.: Мир, 1977. – 650 с.
3. Фрадков А.Л. Адаптивное управление в сложных системах [Текст] / А.Л. Фрадков. – М.: Наука, 1990. -296с.
4. Емельянов, С.И. Теория систем с переменной структурой [Текст] / Емельянов С.И., Уткин В.И., Таран В.А. и др.. – М.: Наука, 1970. – 592 с.
5. Крутько, П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: Линейные модели. – М.: Наука, 1987. – 307 с.
6. Крищенко, А.П. Метод обратной задачи динамики в теории управления [Текст] / А.П.Крищенко // ВСПУ, Москва. –2014. – С.431-437.
7. Батырканов, Ж.И. Синтез законов управления для осуществления движения объекта по предписанной программе [Текст] / Ж.И.Батырканов, К.К. Кадыркулова // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. – 2015. -№1 (29). –С. 143-154.
8. Porter, B. Modal Control [Text] / Porter B., Crossley T.R. – London: Taylor & Francis, 1972.
9. Летов, А.М. Аналитическое конструирование регуляторов I, II, III [Текст] / А.М. Летов //Автоматика и телемеханика.- 1960.– № 4. – С. 436–441; № 5.– С.561–568; № 6. – С. 661–665.
10. Kalman, R.E. Contributions to the theory of optimal control [Text] /R.E. Kalman // Boletin de la Sociedad Matematica Mexicana. – 1960. – Vol. 5.- P. 102–119.
11. Баландин, Д.В. Обобщенное  $H^\infty$ -оптимальное управление как компромисс между  $H^\infty$ -оптимальным и  $\gamma$ -оптимальным управлениями [Текст] / Д.В. Баландин, М.М.Коган // Автоматика и телемеханика. -2011. -№11. –С.60-69.
12. Солодовников, В.В. Спектральные методы расчета и проектирования систем управления [Текст] / В.В. Солодовников, А.Н. Дмитриев, Н.Д. Егупов. – М.: Машиностроение, 1986. – 440 с.
13. Оморов, Т.Т. Краткий обзор методов анализа и синтеза нелинейных САУ [Текст] / Т.Т.Оморов, Б.О.Джолдошов // Известия Кыргызского государственного технического университета им. И.Раззакова им. И. Раззакова. 2012. № 26. С. 28-36.
14. Оморов, Т.Т. Синтез систем управления многомерными объектами по критериальным ограничениям [Текст] / Т.Т.Оморов, Г.А. Кожекова // Известия Национальной Академии наук Кыргызской Республики. 2009. № 1. С. 45-52.
15. Оморов, Т.Т. Синтез законов управления взаимосвязанными электроприводами [Текст] / Т.Т.Оморов, Г.А. Кожекова // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2009. № 10. С. 10-13.
16. Оморов, Т.Т. Синтез системы управления синхронным генератором [Текст] / Т.Т.Оморов, Г.А.Кожекова // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика.- М., 2011.- №1. -С.5-9.
17. Анжело, Г.Д. Линейные системы с переменными параметрами [Текст] / Г.Д. Анжело. -М.: Машиностроение, 1974.- 288с.

18. Александров, А.Г. Синтез регуляторов многомерных систем [Текст] /А.Г. Александров. – М.: Машиностроение, 1986. – 272 с.

19. Кузовков, Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства [Текст] /Н.Т. Кузовков. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.

20. Бойчук Л.М. Метод структурного синтеза нелинейных систем автоматического управления. – М.: Энергия, 1971. – 112 с.

*Осмонова Рима Чынарбековна – ст.научн.сотрудник, Национальная академия наук, г. Бишкек Кыргызская Республика; +996553730328, e-mail: r.osmonova@mail.ru.*

*Кожекова Гуланда Анарбаевна – вед.научн.сотрудник, Национальная академия наук, г. Бишкек Кыргызская Республика, e-mail: guna\_74@mail.ru.*

*Оморов Туратбек Турсунбекович - д-р техн. наук, член-корр., Национальная академия наук Кыргызской Республики, г. Бишкек.+996552815577, e-mail: omorovtt@mail.ru*

# AUTOMATIC PROGRAM CONTROL OF MULTI-DIMENSIONAL DYNAMIC OBJECT

R.Ch. Osmonova, G.A. Kozhekova, T.T.Omorov

*National Academy of Sciences, Bishkek, Kyrgyz Republic*

A multidimensional linear control object described by a vector differential equation is considered. The problem of programmed control with linear feedback is formulated in the presence of measurable and controlled external disturbing influences. To assess the quality of control processes, penalty (evaluation) functions are introduced, which are determined by the components of the control error vector. Based on the evaluation functions, criterion conditions are obtained, the fulfillment of which in a guaranteed way ensures the achievement of the goal of controlling the programmatic movement of the object. The obtained criteria conditions are used to form a system of algebraic equations with respect to the desired program control vector. The options for solving the obtained equations are considered.

*Key words: control object, programmed motion, disturbing influences.*

## REFERENCES

1. Pontryagin, L.S. The mathematical theory of optimal processes. [Text] / L.S. Pontryagin, V.G. Boltyansky, R.V. Gamkrelidze, E.F. Mishchenko. - M.: Nauka, 1976. - 392 p.
2. Quakernak, H. Linear optimal control systems [Text] / H. Quakernak, R. Sivan. - M.: Mir, 1977. - 650 p.
3. Fradkov A.L. Adaptive control in complex systems [Text] / A.L. Fradkov. - M.: Nauka, 1990.
4. Emelyanov, S.I. Theory of systems with variable structure [Text] / Emelyanov S.I., Utkin V.I., Taran V.A. et al. - Moscow: Nauka, 1970. - 592 p.
5. Krutko, P.D. Inverse problems of the dynamics of controlled systems: Linear models. - M.: Nauka, 1987. - 307 p.
6. Krishchenko, A.P. The method of the inverse problem of dynamics in control theory [Text] / A.P. Krishchenko // VSPU, Moscow. 2014. - Pp.431-437.
7. Batyrkanov, J.I. Synthesis of control laws for the implementation of the movement of an object according to the prescribed program [Text] / Zh.I. Batyrkanov, K.K. Kadyrkulova // Caspian Journal: Management and High Technologies. - 2015. - №1 (29). - Pp. 143-154.
8. Porter, B. Modal Control [Text] / Porter B., Crossley T.R. - London: Taylor & Francis, 1972.
9. Letov, A.M. Analytical design of regulators I, II, III [Text] / A.M. Letov // Automation and Telemekhanics. - 1960. - No. 4. - Pp.436-441; No. 5. - Pp.561-568; No. 6. - Pp. 661-665.
10. Kalman, R.E. Contributions to the theory of optimal control [Text] / R.E. Kalman // Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana. - 1960. - Vol. 5. - P. 102-119.
11. Omorov, T.T. Synthesis of control laws of interconnected electric drives [Text] / T.T. Omorov, G.A. Kozhekova // Devices and systems. Management, control, diagnostics. 2009. No. 10. - Pp. 10-13.
12. Balandin, D.V. Generalized -optimal control as a compromise between the  $H_\infty$ -optimal and  $\gamma$ -optimal controls [Text] / D.V. Balandin, M.M. Kogan // Automation and Telemekhanics. 2011. - №11. - Pp.60-69.
13. Solodovnikov, V.V. Spectral methods of calculation and design of control systems [Text] / V.V. Solodovnikov, A.N. Dmitriev, N.D. Egupov. - M.: Mechanical Engineering, 1986. - 440 p.
14. Omorov, T.T. A brief overview of the methods of analysis and synthesis of non-linear self-propelled guns [Text] / T.T. Omorov, B.O. Dzholdoshev // Bulletin of the Kyrgyz State Technical University. I. Razzakova them. I. Razzakova. 2012. No. 26. Pp. 28-36.
15. Omorov, T.T. Synthesis of control systems for multidimensional objects by criterion constraints [Text] / T.T. Omorov, G.A. Kozhekova // Proceedings of the National Academy of Sciences of the Kyrgyz Republic. 2009. No. 1. Pp. 45-52.
16. Omorov, T.T. Synthesis of control laws of interconnected electric drives [Text] / T.T. Omorov, G.A. Kozhekova // Devices and systems. Management, control, diagnostics. 2009. No. 10. Pp. 10-13.
17. Omorov, T.T. Synthesis of a synchronous generator control system [Text] / T.T. Omorov, G.A. Kozhekova // Devices and Systems. Management, control, diagnostics. - M., 2011. - No. 1. - Pp.5-9.
18. Angelo, G.D. Linear systems with variable parameters [Text] / G.D. Angelo - M.: Engineering, 1974. - 288p.
19. Alexandrov, A.G. Synthesis of regulators of multidimensional systems [Text] / A.G. Alexandrov. - M.: Mechanical Engineering, 1986. - 272 p.
20. Kuzovkov, N.T. Modal control and observing devices [Text] / N.T. Bodywork. - M.: Mechanical Engineering, 1976. - 184 p.
21. Boychuk L.M. The method of structural synthesis of nonlinear automatic control systems. - M.: Energy, 1971. - 112 p.

*Osmonova Rima - Leading research scientist, National Academy of Science of the Kyrgyz Republic, Bishkek c. +996553730328. E-mail: r.osmonova@mail.ru.*

*Kozhekova Gulanda - Senior research scientist, National Academy of Science of the Kyrgyz Republic, Bishkek c. E-mail: guna\_74@mail.ru.*

*Omorov Turatbek - Doctor of Engineering Sciences, corresponding member, National Academy of Science of the Kyrgyz Republic, Bishkek c. +996552815577. E-mail: omorovtt@mail.ru*