

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКЦИИ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОЙ ЖИДКОСТИ В СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ ПРИ ПОДВОДЕ ТЕПЛА СНИЗУ

С.В. Соловьев

Тихоокеанский государственный университет, г. Хабаровск

Представлены результаты численного моделирования конвективного теплообмена электропроводной жидкости в сферическом слое при подводе тепла снизу. Исследовано влияние числа Грасгофа, сил плавучести и тепла джоулевой диссипации на структуру течения жидкости, поля температуры, магнитной индукции и распределение чисел Нуссельта.

Ключевые слова: математическое моделирование, конвективный теплообмен, джоулева диссипация, магнитная гидродинамика, сферический слой.

ВВЕДЕНИЕ

При моделировании широкого круга задач конвективного теплообмена в замкнутых объемах, в частности в сферических концентрических слоях [1-9], используется приближение Буссинеска, где вектор силы тяжести направлен вертикально вниз. Однако в ряде задач геофизики и астрофизики имеет место принципиальное отличие, вектор силы тяжести направлен по радиусу к центру сферического слоя [10-20]. В этой связи самостоятельный интерес представляет исследование конвективного теплообмена в сферических слоях, когда вектор ускорения свободного падения направлен по радиусу к центру сферического слоя.

В работах [11-20] получены результаты, как для стационарного, так и нестационарного режима, когда вектор ускорения свободного падения направлен по радиусу к центру сферического слоя (или от центра сферического слоя [13]).

В работах [11, 12, 16, 17] представлены результаты для стационарного режима, когда вектор ускорения свободного падения был направлен по радиусу к центру сферического слоя. Результаты работы [11] получены при граничных условиях для температуры на поверхностях сферического слоя первого рода, как при учете теплоты джоулевой диссипации, так и без учета ее. Число Грасгофа изменялось в интервале 10^2 – 10^5 ; отношение внутреннего диаметра d к внешнему диаметру сферического слоя D : $d/D=1/1.5, 1/2$; $S/Re_m=10^{-5}$. В [12] исследовалось влияние внутренних источников (стоков) тепла на теплообмен и гидродинамику электропроводной жидкости в сферическом слое. Число Грасгофа $Gr = 10^2$; $d/D=1/2.5$; граничные условия для температуры на внутренней поверхности слоя второго рода (отвод тепла), а на наружной – первого рода (постоянное значение температуры).

В [16, 17] исследовалось влияние магнитных сил на теплообмен и магнитную гидродинамику жидкости в слое. $Gr = 10^2, 10^4, 10^5$; $d/D=1/1.5$; $S/Re_m=10^{-5}; 10^{-4}; 10^{-3}; 10^{-2}$; 0.5; 1; 10; 10^2 ; $5 \cdot 10^2$. Граничные условия для температуры первого рода.

В работах [14,15, 18-20] получены результаты для нестационарного режима, когда вектор ускорения свободного падения был направлен по радиусу к центру сферического слоя [14, 15, 18, 20], а в [13] – к центру и от центра сферического слоя.

Результаты работ [13-15, 18, 20] получены при температурных граничных условиях первого рода. Значения безразмерных критериев подобия при проведении вычислительных экспериментов следующие: [13] $Gr = 5 \cdot 10^3, 5 \cdot 10^4$; число гомохронности $Ho = 0.1$; $d/D=1/1.5$; $S/Re_m=10^{-5}$.

[14] $Gr = 10^3, 10^4, 10^5$; $Ho = 2$; $d/D=1/1.5$; $S/Re_m=10^{-5}$.

[15] $Gr = 10^2$; $Ho = 0.1; 1; 10$; $d/D=1/1.5$; $S/Re_m=10^{-5}$.

[18] $Gr = 10^3, 10^4, 10^5$; $Ho = 2$; $d/D=1/1.5$; $S/Re_m=10$.

[20] $Gr = 5 \cdot 10^3, 5 \cdot 10^4$; $Ho = 0.1$; $d/D=1/2$; $S/Re_m=10^{-5}$.

В работе [19] приведены результаты при смешанных температурных граничных условиях: подвод тепла к внутренней поверхности слоя и постоянное значение температуры на внешней поверхности слоя. $Gr = 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$; $Ho = 2$; $d/D=1/1.5$; $S/Re_m=10^{-5}$.

В отличие от результатов работ [11, 12, 16, 17] в настоящей работе представлены результаты стационарного теплообмена электропроводной жидкости в сферическом слое ($d/D=1/2.5$) при подводе тепла к внутренней сфере и без учета внутренних источников (стоков) тепла.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Математическая постановка задачи в переменных вихрь ω , функция тока ψ , температура ϑ в сферической системе координат с учетом симметрии по долготе имеет вид [10, 19]:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{Ho} \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \omega}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} - \frac{\omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \right. \\ & \left. + \omega \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} + \right. \\ & \left. + \frac{\operatorname{ctg} \theta}{r^2} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} - \frac{\omega}{r^2 \sin^2 \theta} \right) - \frac{Gr}{Re^2} \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} + \\ & + \frac{S}{Re_m} \left(B_r \frac{\partial^2 B_\theta}{\partial r^2} + 2 \frac{B_r}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial r} + \frac{\partial B_r}{\partial r} \frac{\partial B_\theta}{\partial r} + \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial B_r}{\partial r} - \right. \\ & - \frac{B_r}{r} \frac{\partial^2 B_r}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial r} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} + \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial^2 B_\theta}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial r} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} + \\ & \left. \frac{2B_\theta}{r^2} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} - \frac{B_\theta}{r^2} \frac{\partial^2 B_r}{\partial \theta^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} - \frac{\operatorname{ctg} \theta}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = -\omega r \sin \theta, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{Ho} \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{Pe} \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \theta^2} + \frac{\operatorname{ctg} \theta}{r^2} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} \right) - \frac{J}{Pe} \left(\frac{\partial B_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} B_\theta - \frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} \right)^2 = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{Ho} \frac{\partial B_r}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[\frac{B_\theta}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + B_r \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial \theta} + \right. \\ & \left. + \frac{\partial B_r}{\partial \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right] + \frac{1}{Re_m} \left(\frac{\partial^2 B_r}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial B_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 B_r}{\partial \theta^2} + \right. \\ & \left. + \frac{\operatorname{ctg} \theta}{r^2} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} - \frac{2B_r}{r^2} - \frac{2B_\theta \operatorname{ctg} \theta}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{Ho} \frac{\partial B_\theta}{\partial \tau} = \frac{1}{r \sin \theta} \left(-B_r \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{\partial B_r}{\partial r} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial \theta} + \right. \\ & \left. + \frac{B_\theta}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial B_\theta}{\partial r} \right) + \frac{1}{Re_m} \left[\frac{\partial^2 B_\theta}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial r} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 B_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\operatorname{ctg} \theta}{r^2} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} - \frac{B_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Для температуры задавались следующие граничные условия: на внутренней поверхности слоя Γ_1 ($r = 1$) граничное условие второго рода, а на внешней Γ_2

($r = r_2$) – первого рода: $-\frac{\partial \vartheta}{\partial r} \Big|_{\Gamma_1} = 1; \vartheta \Big|_{\Gamma_2} = 0$. На оси

симметрии ставилось условие: $\frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0,\pi} = 0$.

Постоянная величина J , входящая в уравнение (3), определяет величину теплоты джоулевой диссипации. Для температурного граничного условия второго рода на внутренней поверхности слоя постоянная величина J определяется из выражения

$$J = \frac{D_m R_1 B_0^2}{4\pi q}.$$

Граничные условия для функции тока, напряженности вихря и магнитной индукции, имели следующий вид [11, 12]:

$$\psi \Big|_{\Gamma_{1,2}} = \psi \Big|_{\theta=0,\pi} = \omega \Big|_{\theta=0,\pi} = 0; \quad \frac{\partial B_r}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0,\pi} = \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0,\pi} = 0;$$

$$B_r \Big|_{\Gamma_1} = B_r \Big|_{\Gamma_2} = 0; \quad B_\theta \Big|_{\Gamma_1} = -0,01 \sin \theta; \quad B_\theta \Big|_{\Gamma_2} = 0,01 \sin \theta.$$

Граничные условия для вихря на границах слоя предполагают линейное изменение его по нормали. Локальные и осредненные числа Нуссельта на поверхности внутренней и наружной сферы рассчитывались по формулам:

$$Nu_1 = -\frac{\partial \vartheta}{\partial r} \Big|_{\Gamma_1}, \quad Nu_2 = -r_2 \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \Big|_{\Gamma_2}.$$

$$\overline{Nu}_1 = -\frac{1}{2} \int_0^\pi \left[\frac{\partial \vartheta}{\partial r} \Big|_{\Gamma_1} \right] \sin \theta d\theta, \quad \overline{Nu}_2 = -\frac{r_2}{2} \int_0^\pi \left[\frac{\partial \vartheta}{\partial r} \Big|_{\Gamma_2} \right] \sin \theta d\theta.$$

Ниже приведены обозначения величин, используемых при записи системы уравнений (1-5):

$\vartheta = (T - T_2) \lambda / (q R_1)$, $B = B' / B_0$, ψ, ω – безразмерные температура, магнитная индукция, функция тока и вихрь; ρ_0, u_0, B_0, t_0 – характерные масштабы; B' – размерная магнитная индукция; $r = R / R_1$ – безразмерный текущий радиус; R – размерный текущий радиус; R_1, R_2 – размерные радиусы внутренней и внешней сферы; θ – угол широты; D_m – коэффициент магнитной вязкости; σ – электрическая проводимость жидкости; $r_2 = R_2 / R_1$ – безразмерная толщина сферического слоя; ν, α – коэффициенты кинематической вязкости и температуропроводности жидкости; q – размерная плотность теплового потока тепла, подводимого к внутренней поверхности слоя; λ – коэффициент теплопроводности жидкости; $Ho = \frac{u_0 t_0}{R_1}, Gr = \frac{g \beta q R_1^4}{\nu^2 \lambda}, Re = \frac{u_0 R_1}{\nu},$

$Pe = \frac{u_0 R_1}{a}, Re_m = \frac{u_0 R_1}{D_m}, S = \frac{\sigma B_0^2 R_1}{\rho_0 u_0}$ – безразмерные

числа гомохронности, Грасгофа, Рейнольдса, Пекле, магнитное число Рейнольдса, параметр магнитного взаимодействия.

Расчеты были выполнены при следующих значениях безразмерных чисел подобия: $Re = Pe = 10, Pr = Re_m = 1, S = 10^{-5}, S / Re_m = 10^{-5}$, отношение внутреннего диаметра сферического слоя к внешнему $d / D = 1 / 2.5$.

Численное решение задачи осуществлялось методом конечных элементов.

В табл. 1 и 2 приведены результаты стационарных расчетов.

В табл. 1 приведены результаты расчетов максимальных значений температуры, функция тока, вихря, радиальной и меридиональной составляющих магнитной индукции, минимального, осредненного и максимального значений чисел Нуссельта на внешней

поверхности сферического слоя без учета теплоты джоулевой диссипации.

Табл. 1. Результаты расчетов

Параметры	Режим1	Режим2	Режим3
Gr	$5 \cdot 10^2$	$5 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^4$
θ_{max}	6.976	3.848	2.296
$ \Psi_{max} $	$2.20 \cdot 10^{-1}$	1.19	4.37
$ \omega_{max} $	1.59	7.33	$2.61 \cdot 10$
$ B_{rmax} $	$7.40 \cdot 10^{-4}$	$1.27 \cdot 10^{-3}$	$2.23 \cdot 10^{-3}$
$ B_{\theta max} $	$1.03 \cdot 10^{-2}$	10^{-2}	
Nu_{2min}	1.616	0.407	0.049
\overline{Nu}_2	4.219	4.219	4.219
Nu_{2max}	16.864	10.168	9.716

В табл. 2 приведены аналогичные результаты, полученные с учетом теплоты джоулевой диссипации.

Табл.2. Результаты расчетов

Параметры	Режим1	Режим2	Режим3
Gr	$5 \cdot 10^2$	$5 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^4$
θ_{max}	6.435	3.613	2.351
$ \Psi_{max} $	$3.97 \cdot 10^{-1}$	1.61	5.12
$ \omega_{max} $	2.11	8.28	$2.73 \cdot 10$
$ B_{rmax} $	$9.05 \cdot 10^{-4}$	$1.26 \cdot 10^{-3}$	$2.35 \cdot 10^{-3}$
$ B_{\theta max} $	$1.01 \cdot 10^{-2}$	$1.01 \cdot 10^{-2}$	
Nu_{2min}	0.687	0.192	0.174
\overline{Nu}_2	8.623	8.640	9.570
Nu_{2max}	16.652	16.491	16.968

Необходимо заметить, что локальные и осредненные числа Нуссельта ($Nu_{1min}; \overline{Nu}_1; Nu_{1max}$), в силу заданного граничного условия для температуры второго рода на внутренней поверхности сферического слоя, принимают постоянное значение для всех режимов (поэтому они не приведены в табл. 1; 2. На рисунках они представлены горизонтальной линией красного цвета): $Nu_{1min} = \overline{Nu}_1 = Nu_{1max} = 10$.

На рис. 1-3 приведены результаты стационарных расчетов, которые позволяют проследить влияние сил плавучести (числа Грасгофа) и тепла джоулевой диссипации (как в отдельности, так и в совокупности) при движении жидкости в сферическом слое.

На рис. 1 приведены результаты расчетов для значения числа Грасгофа $Gr = 5 \cdot 10^2$ (режим 1, табл. 1; 2).

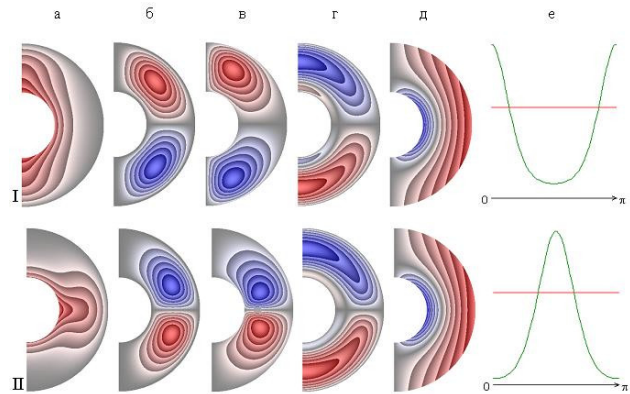


Рис. 1. Поля температуры (а), функции тока (б), вихря (в), радиальной (г) и меридиональной (д) составляющих магнитной индукции, распределение чисел Нуссельта(е)

При не учете теплоты джоулевой диссипации теплообмен в слое осуществляется конвекцией. Основное изменение температуры (рис. 1, I, а) происходит в области полюсов и в тонком слое у внутренней поверхности в экваториальной плоскости. Распределение локальных чисел Нуссельта (рис. 1, I, е) на внешней поверхности слоя (зеленая линия) при значении угла широты $\theta \sim \pi/2$ имеет минимум. Интенсивность теплообмена на внутренней поверхности слоя выше, чем на внешней. В слое образуются две крупномасштабные конвективные ячейки рис. (1, I, б) и два крупномасштабных вихря (рис. 1, I, в). В конвективной ячейке и вихре северного полушария жидкость движется против часовой стрелки, значения положительные (красный цвет), а южного – по часовой, значения отрицательные (синий цвет). В поле радиальной составляющей магнитной индукции (рис. 1, I, г) образуются две “магнитные ячейки”, которые в северном полушарии принимают отрицательные значения, за исключением небольшой области у внутренней поверхности, где они положительные, а в южном – положительные, за исключением небольшой области у внутренней поверхности, где они отрицательные. Значения меридиональной составляющей магнитной индукции (рис. 1, I, д) положительные у внешней поверхности слоя и отрицательные у внутренней.

Учет теплоты джоулевой диссипации (рис. 1, II) приводит к изменениям расчетных полей по сравнению с результатами, приведенными на рис. 1, I. Интенсивность конвекции увеличивается. Область, где происходит основное изменение температуры, концентрируется в экваториальной плоскости (рис. 1, II, а). Распределение локальных чисел Нуссельта (рис. 1, II, е) на внешней поверхности слоя при $\theta \sim \pi/2$ имеет максимум, в отличие от результата, представленного на рис. 1, I, е, где оно имеет минимум. Интенсивность теплообмена на внутренней поверхности слоя выше, чем на внешней. Конвективные ячейки функции тока

и вихри (рис. 1, II, б и в) смещаются к экваториальной плоскости. Оказалось, что учет теплоты джоулевой диссипации приводит к изменению направления движения жидкости в конвективных ячейках и вихрях (рис. 1, II, б и в) на противоположное, по сравнению с результатом, представленным на рис. 1, I, б и в, а также к изменению характера распределения локальных чисел Нуссельта (рис. 1, II, е) по сравнению с результатом, приведенным на рис. 1, I, е. Протяженность “магнитных ячеек” радиальной составляющей магнитной индукции (рис. 1, II, з) увеличивается по сравнению с результатом, приведенным на рис. 1, I, з. Поле меридиональной составляющей магнитной индукции (рис. 1, II, д) практически не изменяется по сравнению с результатом, приведенным на рис. 1, I, д.

На рис. 2 приведены результаты расчетов для числа Грасгофа $Gr = 5 \cdot 10^3$ (режим 2, табл. 1; 2).

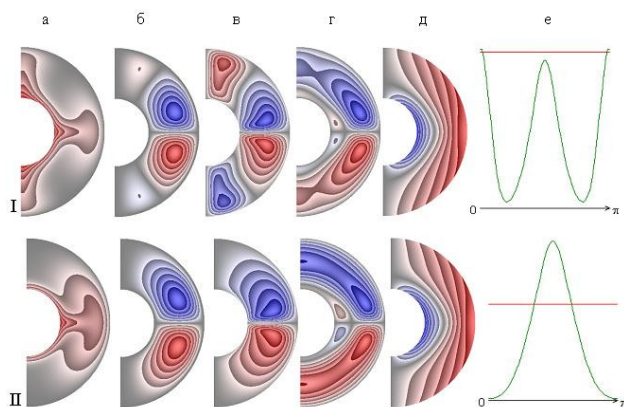


Рис. 2. Поля температуры (а), функции тока (б), вихря (в), радиальной (г) и меридиональной (д) составляющих магнитной индукции, распределение чисел Нуссельта(е)

Дальнейшее увеличение числа Грасгофа на порядок приводит к качественным и количественным изменениям расчетных полей (рис. 2) по сравнению с результатами, приведенными на рис. 1, как при не учете теплоты джоулевой диссипации, так и при учете ее.

При не учете теплоты джоулевой диссипации (рис. 2, I) теплообмен в слое осуществляется конвекцией. Поле температуры (рис. 2, I, а) значительно отличается от полученных выше результатов. Основное изменение температуры происходит в тонком пристеночном слое у внутренней границы сферической прослойки, в области полюсов и в экваториальной области. Распределение чисел Нуссельта на внешней поверхности носит “волновой” характер. Распределение имеет два минимума при $\theta \sim \pi/4$; $3\pi/4$ и один максимум при $\theta \sim \pi/2$. Интенсивность теплообмена на внутренней поверхности слоя выше, чем на внешней. Гидродинамическая структура жидкости в слое (рис. 2, I, б и в) представлена двумя крупномасштабными

ми (в основной области) и двумя зарождающимися мелкомасштабными (в области полюсов) конвективными ячейками (рис. 2, I, б) и двумя крупномасштабными (в основной области) и двумя мелкомасштабными (в области полюсов) вихрями (рис. 2, I, в). В крупномасштабных конвективной ячейке и вихре в северном полушарии жидкость движется по часовой стрелке, а в южном – против. Направления движения жидкости в крупномасштабных и мелкомасштабных конвективных ячейках и вихрях (рис. 2, I, б и в) противоположные. Оказывается, что увеличение интенсивности конвекции на порядок (рис. 2, I, б и в) по сравнению с результатом, приведенным на рис. 1, I, б и в, приводит к изменению гидродинамической структуры течения жидкости в слое. Образование в области полюсов двух мелкомасштабных конвективных ячеек и вихрей происходит, по-видимому, вследствие возросшего влияния сил плавучести. Поле радиальной составляющей магнитной индукции (рис. 2, I, г) представлено двумя крупномасштабными “магнитными ячейками” в основной области и двумя мелкомасштабными у внутренней поверхности слоя. В крупномасштабной “магнитной ячейке” северного полушария значения радиальной составляющей магнитной индукции отрицательные, а южного – положительные. В каждом полушарии сферического слоя знаки величин радиальной составляющей магнитной индукции в мелкомасштабных “магнитных ячейках” у внутренней границы и крупномасштабных в основной области слоя противоположные. В отличие от поля меридиональной составляющей магнитной индукции (рис. 1, I, д) изолинии меридиональной составляющей магнитной индукции (рис. 2, I, д) искривляются в экваториальной плоскости, увеличивая область ее отрицательных значений.

Учет теплоты джоулевой диссипации (рис. 2, II) изменяет расчетные поля по сравнению с результатами, представленными на рис. 2, I. Теплообмен в слое также осуществляется конвекцией, но поле температуры и распределение чисел Нуссельта (рис. 2, II, а и е) изменяются по сравнению с результатами, приведенными на рис. 2, I, а и е. Основное изменение температуры происходит в экваториальной области, а само поле температуры по форме напоминает “ушную раковину”. Распределение чисел Нуссельта на внешней поверхности слоя при $\theta \sim \pi/2$ имеет максимум. Интенсивность теплообмена на внутренней поверхности слоя выше, чем на внешней. Поля функции тока и вихря в слое представлены двумя крупномасштабными конвективными ячейками и вихрями (рис. 2, II, б и в). При этом учет теплоты джоулевой диссипации (рис. 2, II, б и в) не изменяет направление движения жидкости в крупномасштабных конвективных ячейках и вихрях (рис. 2, I, б и в), когда теплота джоулевой диссипации не учитывалась. Из этого следует, что для данного режима влияние сил плавучести на гидродинамику жидкости в слое становится соизмеримым с вкладом теплоты джоулевой диссипации. Учет

теплоты джоулевой диссипации приводит к изменению характера распределения локальных чисел Нуссельта (рис. 2, II, е) по сравнению с результатом, приведенным на рис. 2, I, е. Поле радиальной составляющей магнитной индукции (рис. 2, II, г) по форме “магнитных ячеек” отличается от результата, представленного на рис. 2, I, г. Поле меридиональной составляющей магнитной индукции (рис. 2, II, д) изменяется незначительно по сравнению с результатом, представленным на рис. 2, I, д.

На рис. 3 приведены результаты расчетов для значения числа Грасгофа $Gr = 5 \cdot 10^4$ (режим 3, табл. 1; 2).

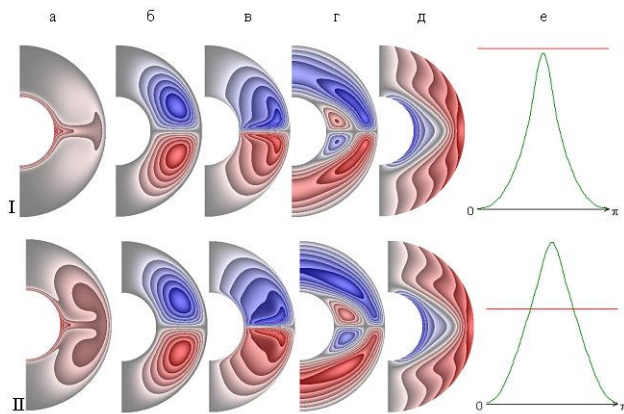


Рис. 3. Поля температуры (а), функции тока (б), вихря (в), радиальной (г) и меридиональной (д) составляющих магнитной индукции, распределение чисел Нуссельта(е)

Увеличение числа Грасгофа не приводит к существенным изменениям расчетных полей (за исключением поля функции тока и вихря (рис. 3, I, б и в) и распределения числа Нуссельта, рис. 3, I, е) по сравнению с результатами, приведенными на рис. 2. Небольшие отличия наблюдаются для поля радиальной и меридиональной составляющих магнитной индукции. Область отрицательных значений меридиональной составляющей магнитной индукции в экваториальной плоскости увеличивается (рис. 3, I, II, д) по сравнению с результатами, приведенными на рис. 2, I, II, д. Направление движения жидкости в конвективных ячейках и вихрях как при не учете, так и при учете теплоты джоулевой диссипации, не изменяется (рис. 3, I, II, б и в). По-видимому, это происходит из-за возросшего вклада сил плавучести на гидродинамику жидкости в слое по сравнению с вкладом теплоты джоулевой диссипации. Интенсивность теплообмена на внутренней поверхности слоя выше, чем на внешней.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из анализа полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Для режима 1 табл. 1 (рис. 1) и для режимов 1–3 табл. 2 (рис. 1–3) распределения локальных чисел Нуссельта на внутренней и внешней поверхности

сферического слоя имеют точки пересечения. В этих точках имеет место равенство тепловых потоков на внутренней и внешней поверхности сферического слоя.

2. При не учете теплоты джоулевой диссипации для режимов 1–2 (табл. 1) максимальное значение числа Нуссельта на внешней поверхности сферического слоя Nu_{2max} превосходит значение числа Нуссельта на внутренней поверхности. При учете теплоты джоулевой диссипации такая закономерность сохраняется для всех режимов табл. 2.

3. Для числа Грасгофа $5 \cdot 10^2$ направление движения жидкости в конвективных ячейках и вихрях в северном и южном полушариях соответствуют следующим знакам (рис. 1):

- при не учете теплоты джоулевой диссипации \pm ;
- при учете теплоты джоулевой диссипации \mp .

Для числа Грасгофа $5 \cdot 10^3$ направление движения жидкости в конвективных ячейках и вихрях в северном и южном полушариях соответствуют следующим знакам (рис. 2):

- при не учете теплоты джоулевой диссипации (крупномасштабные конвективные ячейки и вихри) \mp ;
- при учете теплоты джоулевой диссипации \mp .

Для числа Грасгофа $5 \cdot 10^4$ направление движения жидкости в конвективных ячейках и вихрях в северном и южном полушариях соответствуют следующим знакам (рис. 3):

- при не учете теплоты джоулевой диссипации \mp ;
- при учете теплоты джоулевой диссипации \mp .

4. Математическая модель и полученные результаты могут оказаться полезными при исследовании теплообмена и магнитной гидродинамики жидкости в сферических концентрических слоях при подводе тепла снизу, например, в атомной энергетике, в космических технологиях, в задачах геофизики и астрофизики.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Мартыненко О.Г. Свободно-конвективный теплообмен. Справочник / О.Г. Мартыненко, Ю.А. Соковишин. – Минск: Наука и техника, 1982. – 400 с.
2. Вебер Н., Поу Р., Бишоп Е., Скэнлэн Д. Теплоотдача свободной конвекцией в замкнутых сферических контейнерах // Труды американского общества инженеров - механиков, серия Теплопередача. –1975. –№ 4. –С. 27.
3. Chow M.Y., Akins R.G. Pseudo steady state natural convection inside spheres // Trans. ASME, J. Heat Transfer. –1975. – Vol. 97 C. –№. 1. –P. 54–59.
4. Mc Bain G.D. Convection in a horizontally heated sphere // J. Fluid Mech. –2001. – Vol. 438. –P. 1–10.
5. Mochimary Yo. Transient natural convection heat transfer in a spherical cavity // Heat Transfer Jap. Res. 1989. Vol. 18. №. 4. P. 9–19.
6. Whitley H.G., Vachon R.I. Transient laminar free convection in closed spherical containers // J. Heat Transfer, Trans ASME, series C. –1972. –Vol. 94. –P. 360–366.

7. Рязских В.И., Слюсарев М.И., Зайцев В.А. Анализ свободной термоконвекции в сферических резервуарах при граничных условиях второго рода // Вестник ВГТУ. Сер. Энергетика.–2004. –Вып. 7.4. –С. 5–10.

8. Hutchins J., Marschall E. Pseudosteady-state natural convection heat transfer inside spheres // In. J. of Heat and Mass Transfer. –1989. –Vol. 32. –№. 11. –Р. 2047–2053.

9. Рязских В.И., Рязских В.И., Слюсарев М. И., Богер А. А., Зайцев В. А. Синтез математической модели естественной конвекции вязкой несжимаемой жидкости в сферической емкости // Вестник ВГТУ. Сер. Энергетика. –2003. –Вып. 7.3. –С. 14–17.

10. Райсянен Т.Н. Моделирование конвективного теплообмена жидкости в замкнутом объеме // Южно-Сибирский научный вестник. –2019. –№ 1(25). –С. 83-88.

11. Solovjov S. V. Influence of joule dissipation on heat exchange and magnetic hydrodynamics of liquid in a spherical layer. Part I // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2017. – № 5. – P. 1251-1265.

12. Соловьев С. В. Моделирование теплообмена жидкости в сферическом слое при отводе тепла снизу // Вестник Тихоокеанского государственного университета. – 2018. – № 1(48). – С. 23-32.

13. Соловьев С. В. Моделирование нестационарного теплообмена электропроводной жидкости в сферическом слое. Часть I // Южно-Сибирский научный вестник. – 2018.– № 3 (23). – С. 54-59.

14. Соловьев С. В., Глазкова Е. А. Моделирование нестационарного теплообмена электропроводной жидкости в сферическом слое. Часть II // Южно-Сибирский научный вестник. – 2018. – № 4. – С. 73-78.

15. Соловьев С. В. Влияние числа гомотоксности на теплообмен электропроводной жидкости в сферическом слое // Вестник Тихоокеанского государственного университета. – 2018. – №4 (51). – С. 57-66.

16. Соловьев С. В. Моделирование конвективного теплообмена электропроводной жидкости в сферическом слое //Инженерно-физический журнал. – 2019. – Т. 92. – № 1. – С. 188-201.

17. Solovjov S. V. Simulation of the convective heat exchange in the spherical layer of an electrically conducting liquid // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2019. – Vol. 92. – № 1. – P. 183-195.

18. Соловьев С. В., Чернышев А. В. Моделирование теплообмена жидкости в сферическом слое // Южно-Сибирский научный вестник. – 2019. – № 1. – С. 114-122.

19. Соловьев С. В. Теплообмен жидкости в сферическом слое при нагреве снизу // Вестник Тихоокеанского государственного университета. – 2019. – № 1(52). – С. 35-44.

20. Соловьев С. В. Исследование нестационарного теплообмена электропроводной жидкости в сферическом слое //Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Сер.: Физико-математические науки. – 2018. – № 4(48). – С. 20-32.

Соловьев Сергей Викторович – д.ф.-м.н., профессор кафедры прикладной математики Тихоокеанского государственного университета ФГБОУ ВПО ТОГУ, г. Хабаровск, тел.(4212)375188, e-mail: solovjovsv@rambler.ru.

SIMULATION OF ELECTRICALLY CONDUCTIVE LIQUID CONVECTION IN A SPHERICAL LAYER WHEN HEAT IS SUPPLIED FROM BELOW

S.V. Solovjov

Pacific national university, Khabarovsk

Abstract – The results of numerical simulation of convective heat transfer of an electrically conducting fluid between concentric spheres with heat input from below are presented. The influence of the Grashof number and joule dissipation on the structure of the fluid flow, temperature field, magnetic induction and the distribution of local Nusselt numbers is investigated.

Index terms: mathematical modeling, convective heat transfer, magnetic hydrodynamics, joule dissipation, spherical layer.

REFERENCES

1. Marty'nenko O.G., Sokovishin Yu. A. Svobodno-konvektivny' teploobmen. Spravochnik. Minsk: Naukaitexnika, 400 p. 1982.
2. Veber H., Pou R., Bishop E., Skel'ne'n D. "Teplootdacha svobodnoj konvekcije v zamkny'thsfericheskih kontejnirah," Trudy' amerikansko-goobshhestvainzhenerov-mehnikov, seriya Teploperedacha. no. 4, p. 27, 1975.
3. Chow M.Y., Akins R.G. "Pseudo steady state natural convection inside spheres," Trans. ASME, J. Heat Transfer. vol. 97 C, no. 1, pp. 54-59, 1975.
4. Mc Bain G.D. "Convection in a horizontally heated sphere," J. Fluid Mech., vol. 438, pp. 1-10, 2001.
5. Mochimaru Yo. "Transient natural convection heat transfer in a spherical cavity," Heat Transfer Jap. Res. vol. 18, no. 4, pp. 9-19, 1989.
6. Whitley H.G., Vachon R.I. "Transient laminar free convection in closed spherical containers," J. Heat Transfer, Trans ASME, series C. vol. 94, pp. 360-366, 1972.
7. Ryazhskih V.I., Slyusarev M.I., Zajcev V.A. "Analiz svobodnoj termokonvekcii v sfericheskih rezervuarah pri granichny'x usloviyah vtorogo roda," Vestnik VGTU. Ser. E'nergetika. vy'p. 7.4, pp. 5-10, 2004.
8. Hutchins J., Marschall E. "Pseudosteady-state natural convection heat transfer inside spheres," In. J. of Heat and Mass Transfer. vol. 32, no. 11, pp. 2047-2053, 1989.
9. Ryazhskih V.I., Slyusarev M.I., Boger A.A., Zajcev V.A. "Sintez matematicheskoj modeli estesvennoj konvekcii vyazkoj neszhimaemoj zhidkosti v sfericheskoj emkosti," Vestnik VGTU. Ser. E'nergetika. vy'p. 7.3, pp. 14-17, 2003.
10. Ryajsyjanen T. N. "Modeling of convective liquid heat exchange in closed volume," Yuzhno-sibirskij nauchny'j vestnik, no. 1(25), pp. 83-88, 2019.
11. Solovjov S. V. "Influence of joule dissipation on heat exchange and magnetic hydrodynamics of liquid in a spherical layer. Part I," Journal of Engineering Physics and Thermophysics, no. 5, pp. 1251-1265, 2017.
12. Solovjov S. V. "Modeling of heat exchange of liquid in a spherical layer when removing heat from below," Vestnik Tixookeanskogo gosudarstvennogo universiteta, no. 1(48), pp. 23-32, 2018.
13. Solovjov S. V. "Simulation of non-stationary heat exchange of electrically conductive fluid in a spherical layer. Part I," Yuzhno-sibirskij nauchny'j vestnik, no. 3 (23), pp. 54-59, 2018.
14. Solovjov S. V., Glazkova E.A. "Simulation of non-stationary heat exchange of electro-conductive liquid in a spherical layer. Part II," Yuzhno-sibirskij nauchny'j vestnik, no. 4, pp. 73-78, 2018.
15. Solovjov S. V. "The influence of the homochronicity number on the heat transfer of an electrically conducting fluid in a spherical layer," Vestnik Tixookeanskogo gosudarstvennogo universiteta, no. 4 (51), pp. 57-66, 2018.
16. Соловьев С. В. "Simulation of convective heat transfer of an electrically conducting fluid in a spherical layer," Journal of Engineering Physics and Thermophysics, vol. 92. no. 1, pp. 188-201, 2019.
17. Solovjov S. V. "Simulation of the convective heat exchange in the spherical layer of an electrically conducting liquid," Journal of Engineering Physics and Thermophysics, vol. 92. no. 1, pp. 183-195, 2019.
18. Solovjov S. V., Chernyshev A.V. "Simulation of heat transfer in a spherical layer," Yuzhno-sibirskij nauchny'j vestnik, no. 1, pp. 114-122, 2019.
19. Solovjov S. V. "Heat transfer in a spherical layer when heated from the bottom," Vestnik Tixookeanskogo gosudarstvennogo universiteta, no. 1(52), pp. 35-44, 2019.
20. Solovjov S. V. "Study of non-stationary heat exchange of electrically conducting fluid in a spherical layer," Proceedings of higher educational institutions. Volga region. Ser. : Physics and Mathematics, no. 4(48), pp. 20-32, 2018.

Solovjov Sergey Viktorovich – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Applied Mathematics of the Pacific State University, Khabarovsk, tel. (4212) 375188, e-mail: solovjovsv@rambler.ru.